10. SINIF MATEMATİK DERS NOTLARI

1. ÜNİTE : SAYMA VE OLASILIK

Sıralama ve Seçme

Sayma Yöntemleri

Bire Bir Eşleme Yoluyla Sayma:

Bir kümenin eleman sayısını, verilen kümenin elemanları ile pozitif tam sayılar kümesinin elemanları arasında bire bir eşleme yaparak bulma işlemine **bire bir eşleme yoluyla sayma** denir.

Örnek

A = {1, 2, 3, 4, 5} kümesindeki rakamlar kullanılarak üç basamaklı
a. Kaç doğal sayı oluşturulabileceğini
b. Rakamları farklı kaç doğal sayı oluşturulabileceğini
c. Kaç çift doğal sayı oluşturulabileceğini
d. Rakamları farklı kaç çift doğal sayı oluşturulabileceğini bulalım.

Çözüm: a. her bir basamak için yazılabilecek rakam ve sayılar gösterilmiştir. Buna göre oluşturulabilecek üç basamaklı doğal sayıların sayısı, 5 . 5 . 5 = 5 3 = 125 olur.
b. Oluşturulacak üç basamaklı sayıların rakamlarının farklı olması istendiğinden her basamakta kullanılacak rakam sayısı gösterildiği gibi bir eksiltilir. Buna göre oluşturulabilecek rakamlar farklı üç basamaklı doğal sayların sayısı, 5 . 4 . 3 = 60 olur.
c. Çift doğal say oluşturulması istendiğinden birler basamağına 2 veya 4 rakam yazılabilir. Onlar ve yüzler basamaklarına rakamların tamam yazılabilir. Anlaşılacağı gibi oluşturulabilecek üç basamaklı çift doğal sayıların sayısı, 5 . 5 . 2 = 50 olur.

Toplama Yoluyla Sayma

Ayrık iki kümenin birleşiminin eleman sayısını toplama işlemi yaparak bulmaya, toplama yoluyla sayma yöntemi adı verilir. A ve B sonlu ve ayrık iki küme olmak üzere
s(A U B) = s(A) + s(B) dir.

Örnek

5 farklı pasta ve 6 farklı sütlü tatlı arasından 1 pasta veya 1 sütlü tatlı kaç farklı şekilde seçilir bulalım.

Pasta kümesine P dersek s(P) = 5, sütlü tatlı kümesine T dersek s(T) = 6 olur.

s(P ∪ T) = s(P) + s(T)
s(P ∪ T) = 5 + 6 = 11 buluruz.

Çarpma Yoluyla Sayma

Ayrık iki kümenin kesişiminin eleman sayısını çarpma işlemi yaparak bulmaya, çarpma yoluyla sayma yöntemi adı verilir.

m herhangi bir işlemin gerçekleşme yollarının sayısını, n de ikinci bir işlemin gerçekleşme yollarının sayısını göstersin. m yoldan birisi ile yapılan ilk işlemden sonra ikinci işlem n yolla yapılabiliyorsa bu iki işlem birlikte m.n yolla yapılabilir. Bu durum işlem sayısı arttığında da geçerlidir. Yani; A, B ve C boş olmayan ayrık birer küme olmak üzere,

** A ve B kümelerinden birer eleman seçerek oluşturulabilecek tüm sıralı ikililerin sayısı;
s(AxB) = s(A) . s(B)
** A, B ve C kümelerinden birer eleman seçilerek oluşturulacak tüm sıralı üçlülerin sayısı;
s(AxBxC) = s(A) . s(B) . s(C)
şeklinde çarpma işlemi ile bulunur.

Faktöriyel

1 den n ye kadar olan sayma sayılarının çarpımına n faktöriyel denir ve n! şeklinde gösterilir. Özel olarak sıfır faktöriyel bire eşittir. (0! = 1)

Bazı doğal sayıların faktöriyelleri

0! = 1
1! = 1
2! = 1.2 = 2
3! = 1.2.3 = 6

4! = 1.2.3.4 = 24
5! = 1.2.3.4.5 = 120
6! = 1.2.3.4.5.6 = 720
7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040
NOT: n! aşağıdaki şekillerde de yazılabilir.

n! = n . (n − 1)!
n! = n . (n − 1) . (n − 2)!

Örnek

Anne, baba ve 3 çocuktan oluşan bir aile, anne ve baba yan yana olmak şartıyla kaç farklı biçimde sıralanabilir bulalım.

Anne ve baba her zaman yan yana olacağı için anne ile baba 1 kişi (A-B) gibi düşünülür.

A-B, Ç1, Ç2, Ç3 nesnelerinin sıralaması 4! biçimde gerçekleşir. Anne ve baba kendi aralarında da 2! (A-B, B-A) şeklinde yer değiştirebilir.

Sonuç olarak 4! . 2! = 24 . 2 = 48 sıralama yapılabilir.

Permütasyon

n ve r birer doğal sayı ve r ≤ n olmak üzere n elemanlı bir kümenin birbirinden farklı r tane elemanından oluşan dizilişlerin her birine n'nin r'li **permütasyonu (dizilişi)** denir.

Örnek:

A = {1, 2, 3} kümesinin ikili permütasyonlarını yazalım.

A kümesinin elemanlarını ikişerli seçerek sıralı ikili şeklinde yazarsak:
(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1) ve (3, 2) elde ederiz.
3 elemanlı bir kümenin ikili permütasyonlarının sayısı 6'dır.

Permütasyon Sayısı

n elemanlı bir kümenin r'li permütasyonlarının sayısı P (n, r) ile gösterilir.

$$P(n-r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Örnek

7'nin 3'lü permütasyonlarının sayısını yani P (7, 3) değerini bulalım.

$$P(7,3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7.6.5.4!}{4!} = 7.6.5 = 210$$

Permütasyon Özellikleri

1. n'nin sıfırlı permütasyonlarının sayısı

$$P(n,0) = \frac{n!}{(n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

n'nin n'li permütasyonlarının sayısı

$$P(n,n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

Tekrarlı Permütasyon

Bazı elemanları özdeş olan n elemanlı bir kümenin n'li permütasyonlarına **tekrarlı permütasyon** denir.

n elemanlı bir kümenin elemanlarının n_1 tanesi birbiriyle özdeş, n_2 tanesi birbiriyle özdeş, ... n_r tanesi birbiriyle özdeş ise bu kümenin n'li permütasyonlarının sayısı $\dfrac{n!}{n_1!.n_2!.n_r!....n_r!}$ ile bulunur.

Kombinasyon

n ve r birer doğal sayı ve r ≤ n olmak üzere n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin her birine **n'nin r'li kombinasyonu** denir.

$$\binom{n}{r} = C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!.r!} = \frac{P(n, r)}{r!} \text{ dir.}$$

Örneğin;

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{5!\,.\,2!} = 21 \text{ dir.}$$

Pratik olarak

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1).(n-2).\ ...\ .(n-r+1)}{r.(r-1)(r-2)\ ...\ r.1} \text{ olduğundan}$$

$$\binom{7}{2} = \frac{7\,.\,6}{2\,.\,1} = 21 \text{ olur.}$$

Kombinasyonun Özellikleri

1) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

Örneğin; $\binom{10}{3} = \binom{10}{7}$ olur.

2) $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

3) $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

4) $\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$ ise r = k veya n = r + k olur.

5) $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + ... + \binom{n}{n} = 2^n$ dir.

6) $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$

Pascal Üçgeni ve Binom Açılımı

Hintli matematikçiler ona Meru Dağı'nın merdivenleri der. İran'da Hayyam Üçgeni olarak bilinir. Çin'de ise Yang Hui'nin Üçgeni adı verilir. Batı dünyası da onu genelde **Pascal Üçgeni** olarak tanır.

1	n=0 için $(a+b)^0$ ın katsayı
1 1	n=1 için $(a+b)^1$ in katsayıları
1 2 1	n=2 için $(a+b)^2$ nin katsayıları
1 3 3 1	n=3 için $(a+b)^3$ ün katsayıları
1 4 6 4 1	n=4 için $(a+b)^4$ ün katsayıları
1 5 10 10 5 1	n=5 için $(a+b)^5$ in katsayıları
1 6 15 20 15 6 1	n=6 için $(a+b)^6$ nın katsayıları

Binom Açılımı

Bilinen özdeşlikler vardır bunlar;

$(x + y)^1 = x + y$
$(x + y)^2 = (x + y).(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$
$(x + y)^3 = (x + y).(x + y).(x + y) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
Kuvvet büyüdükçe özdeşliği çarpma işlemi yaparak bulmak zorlaşır. Bu durumda kombinasyon yardımıyla binom açılımını kullanarak özdeşlikleri bulabiliriz.

x ve y sıfırdan farklı ve n bir doğal sayı olmak $\mathbf{(x + y)^n}$ ifadesinin x ve y'nin kuvvetleri cinsinden açılımına **binom açılımı** denir.

$$(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}.b+\binom{n}{2}a^{n-2}.b^2+...+\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r+...+\binom{n}{n}b^n$$

Binom açılımında terimleri oluştururken katsayıları kombinasyon yardımıyla hesaplarız. x'in azalan kuvvetlerine göre açılım yaparken x'in üssünü n'den başlayıp her terimde bir azaltırız, y'nin üssünü 0'dan başlayıp her terimde bir arttırırız. Böylece son terimde x'in üssü 0, y'nin üssü n olmuş olur.

Örnek

$(x + y)^4$ ifadesinin özdeşini Pascal üçgeninden faydalanarak x'in artan kuvvetlerine göre yazalım.
Terimlerin katsayılarının 1 4 6 4 1 olduğunu Pascal üçgeninin 5. satırından görebiliriz. x'in kuvvetlerini 0'dan 4'e doğru, y'nin kuvvetlerini 4'ten 0'a doğru sırayla terimlere yazarız.

$(x + y)^4 = 1\, x^0\, y^4 + 4\, x^1\, y^3 + 6\, x^2\, y^2 + 4\, x^3\, y^1 + 1\, x^4\, y^0$
Katsayılardaki 1'leri, x^0 ve y^0 ifadelerini 1'e eşit oldukları için yazmamıza gerek yoktur.
$(x + y)^4 = y^4 + 4\, x\, y^3 + 6\, x^2\, y^2 + 4\, x^3\, y + x^4$

Binom Açılımı Özellikleri

<u>Terim sayısı</u>

$(x+y)^n$ ifadesinin açılımındaki terim sayısı n+1'dir.
Örnek: $(2x + 3y)^{10}$ ifadesinin açılımında 10+1 = 11 terim vardır.

<u>Terimlerdeki üsler toplamı</u>

$(x+y)^n$ ifadesinin açılımındaki her bir terimdeki x ve y değişkenlerinin üsleri toplamı n'dir.
Örnek: $(3x - y)^8$ ifadesinin x'in azalan kuvvetlerine göre açılımındaki baştan 7. terimi inceleyelim.
Bu ifadenin açılımdaki 7. terimi $252x^2y^6$ dir. Burdaki x'in ve y'nin üslerini toplarsak 2 + 6 = 8 olduğunu görürüz.

<u>Baştan r+1 inci terim</u>

$(x+y)^n$ ifadesinin x'in azalan kuvvetlerine göre açılımındaki baştan r + 1'inci terim $\binom{n}{r}(x)^{n-r}(y)^r$ **dir.**

<u>Sondan r+1 inci terim</u>

$(x+y)^n$ ifadesinin x'in azalan kuvvetlerine göre açılımındaki sondan r + 1'inci terim $\binom{n}{r}(x)^{n-r}(y)^r$

<u>Ortanca terim</u>

n doğal sayı olmak üzere $\mathbf{(x+y)^{2n}}$ ifadesinin açılımındaki **ortadaki terim** $\binom{2n}{n}(x)^n(y)^n$ **dir.**

<u>Katsayılar toplamı</u>

(x+y)n ifadesinin açılımındaki katsayılar toplamını bulmak için değişkenler yerine 1 sayısı yazılır.

Sabit terim
(x+y)n ifadesinin açılımındaki sabit terimi bulmak için değişkenler yerine 0 sayısı yazılır.

Basit Olayların Olasılıkları

Olasılık hem günlük hayatta hem de değişik bilim dallarında çok sık kullanılır. Bugün olasılığın ekonomi, meteoroloji, temel bilimler, milli savunma, vb. birçok uygulama alanı vardır.

Deney: Bir olayın sonucunun ne olacağını görmek için yapılan işleme deney denir.
Çıktı: Deneyin sonucunda elde edilebilecek sonuçlara çıktı denir.
Örnek Uzay: Bir deneyde elde edilebilecek tüm çıktıların kümesine Örnek uzay denir ve E ile gösterilir.
Örnek Nokta: Ömek uzayın herhangi bir elemanına örnek nokta denir.
Örnek:
Madeni bir paranın havaya atılması deneyinde, para yere düşmeden kesin olarak yazı mı, tura mı geleceğini bilemeyiz.

Bu deneyin çıktıları yazı veya turadır. Yazıyı Y, turayı T harfi ile gösterirsek, tüm çıktıların oluşturduğu küme örnek uzay olacağı için E = {Y, T} olur. Yazı gelmesi ya da tura gelmesi ise bir olaydır.

İmkansız Olaylar: Gerçekleşmesi mümkün olmayan olaylar,
Bir zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayının 6 dan büyük olması gerçekleşmesi mümkün olmayan olaydır.

Kesin Olaylar: Gerçekleşmesi kesin olan olaylardır,
Sadece erkeklerin bulunduğu bir sınıftan seçilen öğrencinin erkek olma olayı kesin olaydır.

Eşit Olasılıklı Olaylar: Bir zarın havaya atılması deneyinde üst yüze birden altıya kadar olan sayıların gelmesi eşit olasılıklı olaydır.
Bir madeni para atıldığında yazı ve tura gelme olasılığı birbirine eşittir.

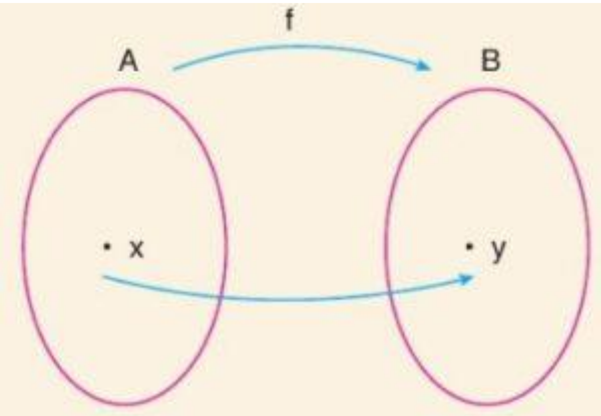
Daha Fazla Olasılıklı Olaylar: 10 tane kız 5 tane erkek bulunan bir sınıftan seçilen öğrencinin kız olma olasılığı daha fazladır.
Daha Az Olasılıklı Olaylar : 40 tane kırmızı 2 tane mavi top bulunan bir torbadan seçilen topun mavi olma olasılığı daha azdır.

2. ÜNİTE : FONKSİYONLAR

Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi

Fonksiyon Kavramı

Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için A nın her bir elemanını B nin bir tek elemanı ile eşleyen kurala A dan B ye fonksiyon denir ve genellikle f, g, h, veya F, G, H, sembolleriyle gösterilir.

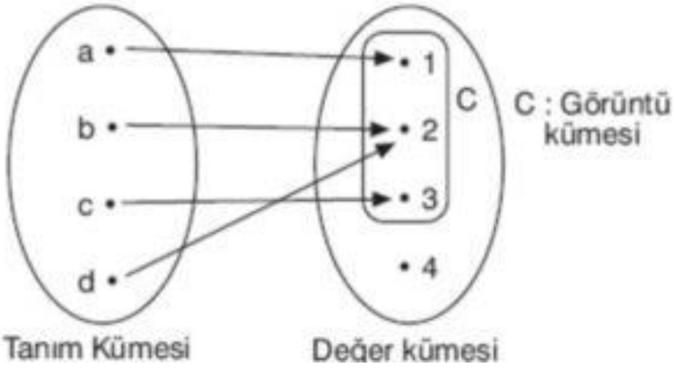


Yukarıda Venn şemasıyla gösterimde x ∈ A elemanın, y ∈ B elemanına eşleyen kural f ile gösterilmiştir. Bunu

f: A → B biçiminde ifade ederiz ve B deki y elemanı A daki x elemanına f kuralı ile bağlıdır deriz. Yani
f: A → B
x → y
x in f kuralı altındaki görüntüsü y dir denir.

Bunu f(x) = y şeklinde gösteririz.

f: A → B gösteriminde A ya fonksiyonun tanım kümesi B ye fonksiyonun **değer kümesi** denir. Tanım kümesinin f kuralı altındaki görüntülerinin oluşturduğu f(A) kümesine de **görüntü kümesi** denir.



Fonksiyon Türleri

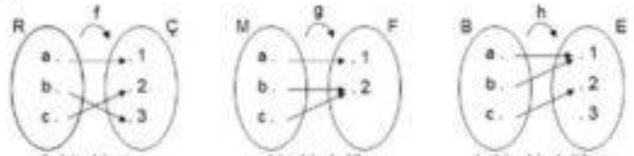
Bire-bir Fonksiyon: Tanım kümesindeki farklı kişilerin yaşları da farklı olduğu görülmektedir.
Genel olarak f: A → B, y = f(x) fonksiyonu verilsin. A tanım kümesindeki farklı iki elemanın eğer görüntüleri de farklı oluyorsa f ye bire bir fonksiyon denir. Yani her x_1, $x_2 \in A$ için eğer $x_1 \neq x_2$ iken $f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa f ye **bire bir (1 – 1) fonksiyon** denir.

Örten Fonksiyon: Değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa fonksiyon örten ‘dir. Başka bir deyişle, görüntü kümesi değer kümesine eşit olan fonksiyonlar örtendir.

f: A → B'ye

f(x) = y ile tanımlı olan f örten ⇔ f(A) = B dir.

Örnek:



f, bire bir ve örtendir. g, bire bir değil fakat örtendir. h, bire bir değil ve örten de değildir.

SONUÇ

Örten fonksiyonun değer kümesinde eşlenmemiş eleman bulunmaz.

İçine Fonksiyon: Örten olmayan fonksiyona içine fonksiyon denir.

Bazı Özel Fonksiyonlar: Sabit, Doğrusal, Birim, Parçalı, Permütasyon

Sabit Fonksiyon: Tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde yalnızca bir elemanla eşleşen fonksiyonlara sabit fonksiyon denir. c bir gerçek sayı olmak üzere sabit fonksiyonlar f(x) = c biçiminde gösterilir.
Hatırlatma: y = f(x) = c sabit fonksiyonunda x li terimler olmaz.

Birim Fonksiyon: Tanım kümesindeki her elemanı yine kendisine dönüştüren kurala birim fonksiyon denir ve f(x) = x biçiminde gösterilir.
f: R → R, f(x) = x in grafiği çizilirken y = x doğusunu çizmek yeterlidir.

Hatırlatma: y = f(x) = x fonksiyonuna I. açıortay doğrusu denir. f(x) = x birim fonksiyonunda x li terim dışında hiçbir terim olmamalıdır.

Parçalı Fonksiyon:
Tanım kümesini parçalara ayırıp bunların her biri için farklı kurallar içeren fonksiyon parçalı bir fonksiyondur.

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{eger} \quad x < 0 \\ 3x-4 & \text{eger} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

$x<0$ ise görüntüsünü bulmak için $2x+1$ i, değilse $3x-4$ ü kullanmalıyız

Permütasyon fonksiyon: Bir kümeden kendisine yazılan bire-bir ve örten fonksiyonlara permütasyon denir.
f: A → A

f = fonksiyonu permütasyon fonksiyon olup;

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$$

biçiminde gösterilir.

Doğrusal Fonksiyon: $f(x)=ax+b$| şeklindeki fonksiyonlar doğrusaldır. Grafikleri kartezyen düzlemde bir doğru oluşturur. Doğrusal fonksiyonlar, bire-birlik özelliği incelenirken bir örneğini gördüğümüz gibi, $a\neq 0$| ise bire-birdir. Doğrunun ayırıcı özelliği eğim dir. Eğim, x| teki 1 br lik artışın y| de yarattığı değişimdir.

Fonksiyonlarda Dört İşlem

A ile B ayrık iki küme olmak üzere,

$f : A \to R$ ve $g : B \to R$ tanımlı f ve g fonksiyonları veriliyo

$f + g : A \cap B \to R$

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$f - g : A \cap B \to R$

$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$f \cdot g : A \cap B \to R$

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$\dfrac{f}{g} : A \cap B \to R$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$

$c \in R$ olmak üzere, $(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$

Fonksiyonların Grafikleri

$f(x) = ax + b$ fonksiyonunun (Doğrusal fonksiyon) grafiği çizilirken $x = 0$ için y eksenini kestiği nokta, $y = 0$ için x eksenini kestiği nokta bulunur. Bu iki noktadan geçen bir doğru çizildiğinde grafik tamamlanır.

$f(x) = 12 - 4x$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

ÇÖZÜM:

$x = 0$ için

$y = 12 - 4 \cdot 0$

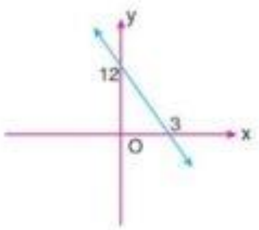
$y = 12$ olur.

$y = 0$ için

$0 = 12 - 4x$

$4x = 12$

$x = 3$ olur.



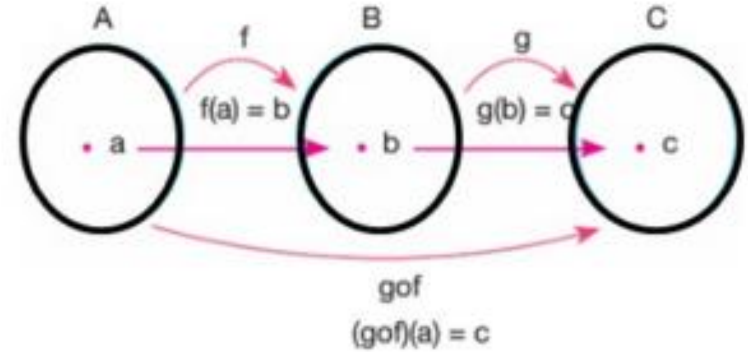
İki nokta eksenler üzerine işaretlenip birleştirilirse doğru grafiği çizilmiş olur.

İki Fonksiyonun Bileşkesi ve Bir Fonksiyonun Tersi

Fonksiyonlarda Bileşke İşlemi

$f: A \to B$ ve $g: B \to C$

fonksiyonları için A kümesindeki her elemanı, C kümesindeki yalnız bir elemana eşleyen fonksiyona bileşke fonksiyon denir. Bu fonksiyon gof şeklinde gösterilir.

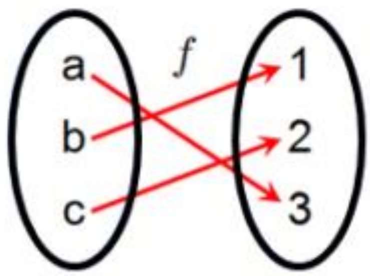


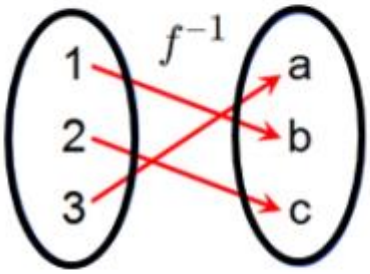
gof : A→C

x →(gof) (x) olur.

Bir Fonksiyonun Tersi

- $f : A \to B$, bire bir ve örten fonksiyon ise,
  $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$ tir. $f^{-1} : B \to A$, $y \to f^{-1}(y) = x$
  fonksiyonuna **f nin ters fonksiyonu** denir.
- $f : A \to B$, bire bir ve örten fonksiyon; $I : A \to A$, birim fonksiyon ise,
  $f o f^{-1} = f^{-1} o f = I$ dir.





3. ÜNİTE : POLİNOMLAR

Polinom Kavramı ve Polinomlarla İşlemler

Bir Değişkenli Polinom Kavramı

Polinomun Tanımı

$a_0, a_1, a_2, a_3 \ldots, a_n \in R$ ve $n \in N$ olmak üzere $P(x) = a_0+a_1.x+a_2.x^2+a_3.x^3+\ldots+a_n.x^n$ biçimindeki ifadelere x değişkenine göre düzenlenmiş reel katsayılı **polinom** (çok terimli) denir.
Burada $a_0, a_1, a_2, a_3 \ldots, a_n$ reel sayılarına polinomun katsayıları, $a_0, a_1.x, a_2.x^2, a_3.x^3, \ldots, a_n.x^n$ ifadelerine polinomun terimleri olarak adlandırılır.
$a_n.x^n$ terimindeki a_n sayısına terimin katsayısı, x'in kuvveti olan n sayısına terimin derecesi olarak adlandırılır.

Polinomun Derecesi, Katsayıları ve Sabit Terimi

Sabit Terim : Sabit terim, değişkene bağlı olmayan terimdir dolayısıyla değişkene bağlı olarak değeri değişemez ve sabit kalır.

$P(x) = x^3 - 7x + 2$

olduğuna göre, $P(x+1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

$P(x+1)$ polinomunun sabit terimi için $x = 0$ yazılır.

$P(0+1) = P(1)$ değerini bulalım.

$P(x) = x^3 - 7x + 2$

$P(1) = 1^3 - 7.1 + 2$

$P(1) = 1 - 7 + 2 = -4$ buluruz.

Polinomun Kat Sayıları: Derecesi en büyük olan terimin katsayısı ise polinomun **baş katsayısı** olarak adlandırılır.
Polinomlar katsayılarına göre isimlendirilir. Katsayılarımız reel sayı ise reel **katsayılı polinomlar**, rasyonel sayı ise rasyonel katsayılı polinomlar, tam sayı ise **tam katsayılı polinom** denir.
Örnek: $P(x) = 8x^3 - 3x^2 + 4x - 9$katsayıları nelerdir?
$8x^3$,$- 3x^2$, $4x$,$- 9$ polinomun katsayılarıdır.

Polinomun Derecesi: Derecesi en büyük olan terimin derecesine polinomun derecesi denir ve der [P(x)] ile gösterilir.
Örnek: $P(x) = 8x^3 - 3x^2 + 4x - 9$ polinomunun derecesi nedir?
der [P(x)] = 3 polinomun derecesidir.

Polinomlarda Sabit Terim ve Katsayılar Toplamı

Sorular çözülürken sabit terim istendiğinde x yerine 0 yazılır.

P(x) polinomun sabit terimi ;P(0)dır.

Örnek: P(7x-3) polinomun sabit terimi kaçtır?
P(7x-3)=P(7.0-3)=P(-3)tür.

Tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı aşağıdaki formülle bulunur:

$$\frac{P(1)-P(-1)}{2}$$

Sorular çözülürken katsayılar toplamı istendiğinde x yerine 1 yazılarak bulunur.

P(x) polinomun katsayılar toplamı; P(1) dir.

Örnek: P(5x+2) polinomun kat sayılar toplamı kaçtır?
P(5x+2)=P(5.1+2)=P(7) dir.

Sabit Polinom ve Sıfır Polinomu

x değişkeni bulundurmayan, c bir gerçek sayı olmak üzere P(x)=c polinomuna **sabit polinom** denir.
Örnek: P(x)=9, P(x)=163, P(x)=64…
Sıfır polinomu sabit polinomun özel halidir. P(x)=0 polinomuna **sıfır polinomu** denir. Sabit polinomun derecesi sıfırdır. Sıfır polinomunun derecesi belirsizdir.

İki Polinomun Eşitliği

Aynı dereceli terimlerinin katsayıları eşit olan polinomlar eşittir.

Örnek: $P(x) = ax^2 - (2b - 1)x^2 + 3x+4$
$Q(x) = 5x^2 -cx + 2d- 4$ polinomlarının eşit olması için a,b,c,d ne olmalıdır?
$ax^2 - (2b - 1)x^2 + 3x+4= 5x^2 -cx + 2d- 4$

-(2b-1)=5	3=-c	4=2d-4
-2b=4	c=-3	2d=8
b=-2		d=4

bulunur.

Polinomlarla Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Bölme İşlemleri

Polinomlarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Polinomlarla Toplama: İki polinom toplanırken; dereceleri aynı olan terimlerin katsayıları kendi aralarında toplanır, o terimin kat sayısı olarak yazılır.

xn + b. xn = (a + b). xn

xn + b.xn = (1+b) . xn

Polinomlarda Çıkarma: Polinomlarda çıkarma işlemi yapılırken dereceleri aynı olan terimlerin katsayıları kendi aralarında çıkarılır.

Polinomlarla Çarpma İşlemi

İki polinom çarpılırken birinci polinomun her terimi, ikinci polinomun her terimi ile ayrı ayrı çarpılır ve bu çarpımdan elde edilen terimler toplanır.

Örnek:

$$\left.\begin{array}{l} P(x)=x^2+2 \\ Q(x)=x^3-2x+3 \end{array}\right\} \quad P(x).Q(x)=?$$

Çözüm :

$$P(x).Q(x)=(x^2+2)(x^3-2x+3)$$

$$=x^5-\cancel{2x^3}+3x^2+\cancel{2x^3}-4x+6$$

$$=x^5+3x^2-4x+6 \quad \text{buluruz.}$$

Polinomlarla Bölme İşlemi ve Kalan Bulma

P(x) ve Q(x) polinomları verilsin. Q(x) ≠ 0 olmak üzere, P(x) polinomunun Q(x) polinomuna bölümü

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline - & B(x) \\ \hline K(x) & \end{array}$$

P(x) : Bölünen

Q(x) : Bölen

B(x) : Bölüm

K(x) : Kalan

Olmak üzere bölme işleminde

P(x) polinomu için,

$$P(x^4)=ax^8+(b+1)x^5+(a.b)x^4+(a-1)x^2+2b-2$$

olduğuna göre, $P(x^3-1)$ polinomunun $x+1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

$$P(x^4)=ax^8+(b+1)x^5+(a.b)x^4+(a-1)x^2+2b-2$$

$P(x^3-1)$ polinomunun $x+1$ ile bölümünden kalanı bulmak için;

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$ dir.

$P((-1)^3-1)=P(-2)$ bulunmalı.

$x^4=2$ yazalım.

$$P(x^4)=a(x^4)^2+(b+1)x^4.x+(a-1).x^2+2b-2$$

$$\Rightarrow a.(2)^2+(b+1).2.x+(a-1)x^2+2b-2$$

Polinomlarda Derece

der[P(x)]=m , der[Q(x)]=n olmak üzere;

P(x) polinomu için,

$P(x^4) = ax^6 + (b+1)x^5 + (a.b)x^4 + (a-1)x^2 + 2b - 2$

olduğuna göre, $P(x^3-1)$ polinomunun $x+1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

$P(x^4) = ax^8 + (b+1)x^5 + (a.b)x^4 + (a-1)x^2 + 2b - 2$

$P(x^3-1)$ polinomunun $x+1$ ile bölümünden kalanı bulmak için;

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$ dir.

$P((-1)^3-1) = P(-2)$ bulunmalı.

$x^4 = 2$ yazalım.

$P(x^4) = a\left(x^4\right)^2 + (b+1)x^4.x + (a-1).x^2 + 2b - 2$

$\Rightarrow a.(2)^2 + (b+1).2.x + (a-1)x^2 + 2b - 2$

Polinomların Çarpanlara Ayrılması

Bir Polinomu Çarpanlarına Ayırma

*****P(x) = Q(x) .R(x) ise Q(x) ve R(x) polinomlarına P(x) polinomunun **çarpanları** denir.
*****Bir polinomu iki ya da daha çok polinomun çarpımı biçiminde yazma işlemine bu polinomu **çarpanlarına ayırma işlemi** denir.
*****En az birinci dereceden iki polinomun çarpımı biçiminde yazılamayan ve sabit olmayan polinomlara **indirgenmeyen polinom** denir.
*****Başkatsayısı 1 olan ve indirgenmeyen polinomlara **asal polinom** denir.
→ $P(x) = x^2 + 1$, $Q(x) = 5x$, $R(x) = 3x + 2$ indirgenemeyen polinomlardır.
→ $P(x) = x + 4$, $Q(x) = x – 1$, $R(x) = x – 3$ asal polinomlardır.

Çarpanlara Ayırma Yöntemleri

Ortak çarpan Parantezine Alma: Bir polinomun ya da bir cebirsel ifadenin terimlerinde ortak çarpanlar varsa ortak çarpanların en küçük üstlerinin çarpımı, bu polinomun her teriminin ortak çarpanıdır.
Örnek: 3x+3y ifadesinde 3'ler ortaktır bu nedenle ifadeyi 3 parantezine alırız:
3.(x+y)=3x+3y
Gruplandırılarak Çarpanlara Ayırma: Verilen ifadenin her teriminde ortak çarpan yoksa ortak çarpanı olan terimler kendi aralarında gruplandırılarak ortak çarpan parantezine alınır.
Örnek: ax+ay+bx+by=a.(x+y)+b.(x+y)= (x+y).(a+b)
ax+ay+bx+by ifadesinde a'ların, b'lerin, x'lerin veya y'lerin ortaklığı kullanılarak paranteze alınabilir.
Tam Kare Özdeşliği:
$(a+b)2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)2=a^2-2ab+b^2$
İki Kare Farkı Özdeşliği: İki terimin toplam ve farkının çarpımı ile elde edilen ifade, iki kare farkıdır.
$\mathbf{x^2 – y^2 = (x – y).(x + y)}$ ile gösterilir.
İki Küp Farkı ve Toplamı:
x3+y3=(x+y).(x2-xy+y2)
x3-y3=(x-y). (x2+xy+y2)
Rasyonel İfadelerin Sadeleştirilmesi
P(x) ve Q(x) gerçek katsayılı iki polinom ve Q(x)≠0

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ biçimindeki ifadelere rasyonel ifade denir.

$\frac{3x+1}{x}, \frac{x^2-4}{x+2}, \frac{x^5+x}{x-1}$ ifadeleri rasyonel ifadelerdir.

$\sqrt{x^2+8}, \frac{\sqrt{x^2+8}}{x}$ ifadesi rasyonel ifade değildir.

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesini sadeleştirmek için P(x) ve Q(x) polinomları çarpanlara ayrılır. Pay ve payda da bulunan ortak çarpanlar sadeleştirilir.

4. ÜNİTE : İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

a, b, c ∈ R ve a ≠ 0 olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ şeklindeki eşitliklere **ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.
***** Denklemi sağlayan x gerçek (reel) sayılarına **denklemin kökleri** denir.
*****Köklerin oluşturduğu kümeye **çözüm kümesi (doğruluk kümesi)** denir.
*****Kökler denklemi sağlar.

Çarpanlara Ayırma Yöntemi İle Kök Bulma

Çarpanlara Ayırma Yöntemi

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemi f(x) . g(x) = 0 şeklinde yazılabiliyorsa f(x) = 0 veya g(x) = 0 dır.

$x^2 + 5x + 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

$x^2 + 5x + 6 = 0$		⇒	$(x + 2) . (x + 3) = 0$	
↓	↓		$x + 2 = 0$	$x + 3 = 0$
x	2		$x = -2$	$x = -3$ tür.
x	3			

O hâlde, verilen denklemin çözüm kümesi;

{−3, −2} şeklinde bulunur.

Δ (Delta) ile Kök Bulma

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantı (delta) $\Delta = b^2 - 4ac$ ‘dir.

Δ> 0 ise denklemin farklı iki gerçek (reel) kökü vardır.

Bu kökler $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ dır.
Δ= 0 ise denklemin birbirine eşit (çakışık , çift katlı) iki gerçek (reel) kökü vardır.

Bu kökler $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ dır.

Δ< 0 ise denklemin gerçek(reel) kökü yoktur.

Karmaşık Sayılar

Karmaşık Sayı Tanımı

a, b birer gerçel(reel) sayı olmak üzere z= a+bi biçimindeki bir sayıya **karmaşık sayı** denir.
z = a + bi karmaşık sayısında a'ya **z karmaşık sayısının reel kısmı** denir ve **Re(z)** ile gösterilir, b'ye de z **karmaşık sayısının sanal (imajiner) kısmı** denir ve **Im(z)** ile gösterilir.
a, b, c, d birer reel sayı olmak üzere; z1 = a + bi ve z2 = c + di iken z1 = z2 ise a = c ve b = d'dir.

a ve b reel sayılar olmak üzere, a + bi şeklindeki bir **karmaşık sayının eşleniği** a – bi'dir.

Kökleri Karmaşık Olan Denklemler

$\Delta \neq 0$ ise denklemin farklı iki gerçek (reel) kökü vardır.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantı sıfırdan küçük olduğunda ($\Delta < 0$) karmaşık (sanal) kökleri vardır.

Bu kökler $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ x2= $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ dır.

Karmaşık Sayılarda i'nin Kuvvetleri

$$i^0 = 1$$
$$i^1 = \sqrt{-1}$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$
$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$
$$i^5 = i^4 \cdot i = (1) \cdot i = i$$
$$i^6 = i^5 \cdot i = (i) \cdot i = i^2 = -1$$
$$i^7 = i^6 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$
$$i^8 = i^7 \cdot i = (-i) \cdot i = -i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$i^{4n}=(i^4)^n=1^n=1$ **$i^{4n+1}=i^{4n}.i^1=1 .i=i$**
$i^{4n+2}=i^{4n}.i^2=1.-1=-1$ **$i^{4n+3}=i^{4n}.i^3=(-1).(-1)=1$**

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem

Toplama ve Çıkarma İşlemi

Toplama ve çıkarmada bir zorluk yok, reel kısımları ayrı, sanal kısımları ayrı topluyoruz ya da çıkarıyoruz.

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ karmaşık sayıları verilsin.
$z_1 + z_2 = a + bi + c + di$
$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)$ i karmaşık sayısına z_1 ile z_2 karmaşık sayılarının toplamı denir.
$z_1 - z_2 = a + bi - c - di$
$z_1 - z_2 = (a - c) + i(b - d)$ ile gösterilir.

Karmaşık Sayılarda Çarpma İşlemi

Karmaşık sayılarda çarpma yapılırken dağılma özelliği kullanılır.

Örnek 1:

$-4(13 + 5i)$ karmaşık sayısının sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$-4(13+5i) = -4(13) + (-4)(5i)$$

$$= -52 - 20i$$

Örnek 2:

$(1+4i)(5+i)$ sayılarının çarpımı nedir?

Çözüm:

$$(1+4i)(5+i) = (1)(5) + (1)(i) + (4i)(5) + (4i)(i)$$

$$= 5 + i + 20i + 4i^2$$

$$= 5 + 21i + 4i^2$$

Karmaşık Sayılarda Bölme İşlemi

Karmaşık sayılarla bölme işlemi yapılırken, iki karmaşık sayının birbirine bölümü elde edilmeye çalışılmaktadır. Bölme işlemi yapılırken ters elemandan yardım alınmaktadır. İki karmaşık sayının bölümü, bölenin tersi ile bölünenin çarpımına eşit olduğu bilinmektedir.

Örnek 1:

$$\frac{2+3i}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4}i$$

$$= 0,5 + 0,75i$$

Örnek 2:

$$\frac{20-4i}{3+2i}$$

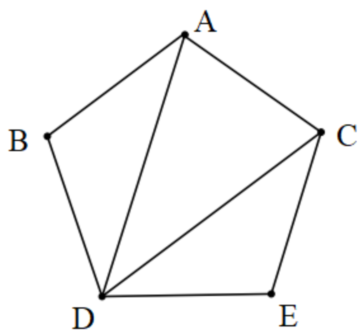
$$= \frac{20-4i}{3+2i} \cdot \frac{3-2i}{3-2i} = \frac{(20-4i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{52-52i}{13}$$

$$= 4 - 4i$$

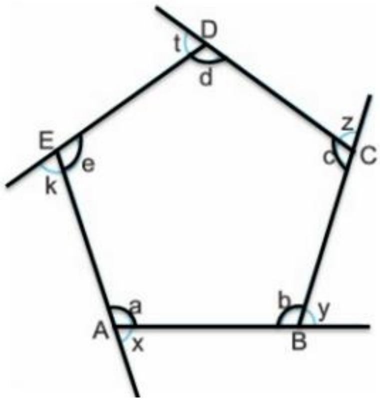
5. ÜNİTE : DÖRTGENLER VE ÇOKGENLER

Çokgenler

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan üç ya da daha fazla noktanın ikişer ikişer birleştirilmesiyle beraber oluşan kapalı geometrik şekillere çokgen denilmektedir.



Şekildeki ABCDE çokgeninde A, B, C, D ve E noktalarına çokgenin köşeleri, [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] doğru parçalarına çokgenin **kenar**ları denir. Çokgenin içine çizilen [DA] ve [DC] doğru parçalarına çokgenin **köşegen**leri denir.



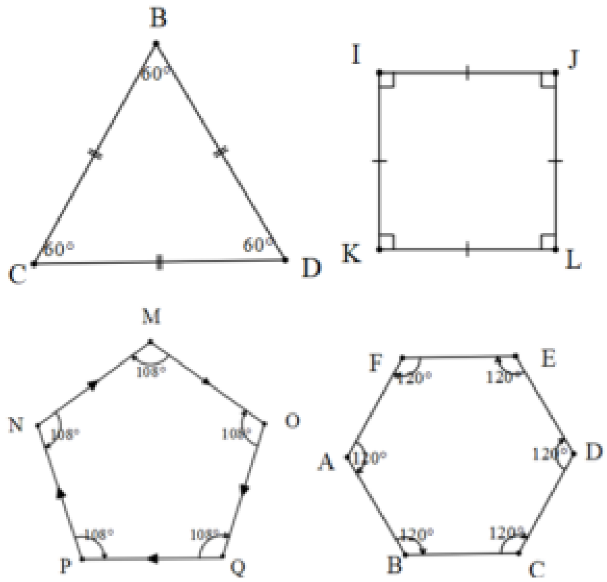
Çokgenler kenar sayısına göre isimlendirilir. Üç kenarlı ise Üçgen, dört kenarlı ise dörtgen isimini alır. ABCDE çokgeni beş kenarlı olduğundan beşgendir. Beşgenin 5 tane iç açısı, 5 tane de dış açısı vardır.

Kenar sayısı n olan bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı (n – 2). 180º formülüyle bulunur.

Örnek:
5 kenarlı bir çokgenin iç açılar toplamı (5 – 2).180° = 540°
6 kenaı1ı bir çokgenin iç açılar toplamı (6 – 2).180° = 720° ve
7 kenarlı bir çokgenin iç açılar toplamı (7 – 2).180° = 900° dir.
Dış açılar toplamı ise 3600 dir. Dış açılar toplamı kenar sayısına bağlı değildir.

Düzgün Çokgen

Tüm kenarları ve tüm iç açıları eş olan dış bükey çokgene düzgün çokgen denir.



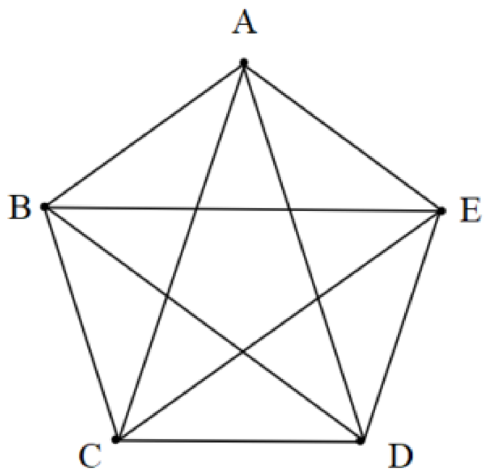
n kenarlı bir çokgende;

bir dış açısı ölçüsü: $\dfrac{360°}{n}$,

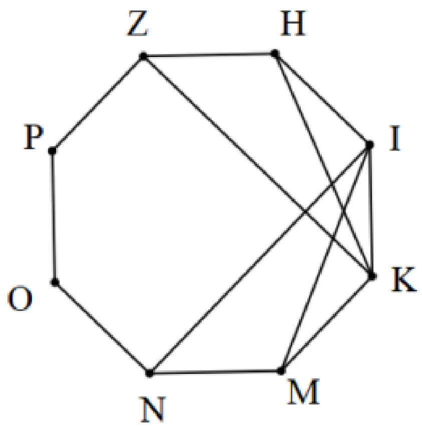
bir iç açısı: $\dfrac{(n-2).180°}{n}$ veya $180° - \dfrac{360°}{n}$ formülleri ile bulunur.

<u>Düzgün Çokgenlerin Özellikleri</u>

1. Bir düzgün çokgende sabit bir köşeden aynı sayıda kenar atlanarak çizilen köşegenlerin uzunlukları eşittir.

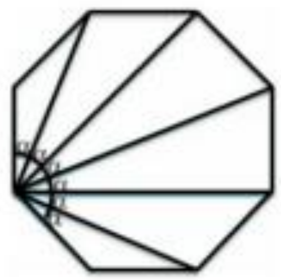


Düzgün beşgenin bütün köşegenleri aynı uzunluktadır.



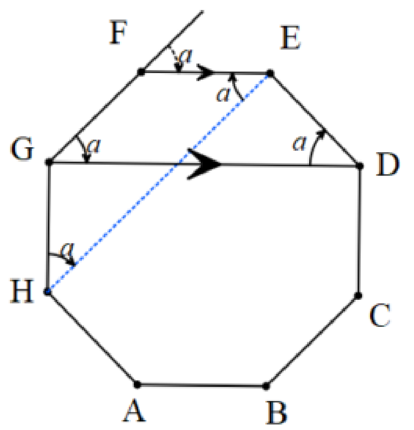
Düzgün sekizgende |NI|=|ZK|… ; |MI|=|HK|….

2.



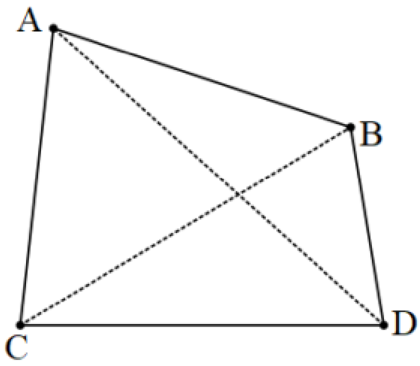
Bir köşeden çizilen köşegenler arasındaki açılar eşittir. n kenarlı çokgende, bu açıların herbirinin ölçüsü $\alpha = \frac{180°}{n}$ dir.

3.

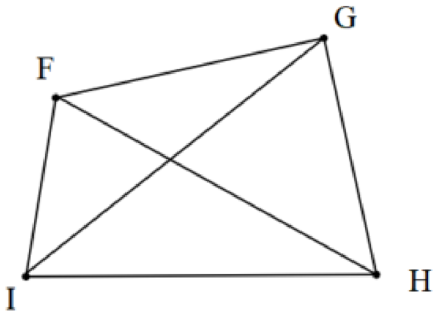


Dörtgenler ve Özellikleri

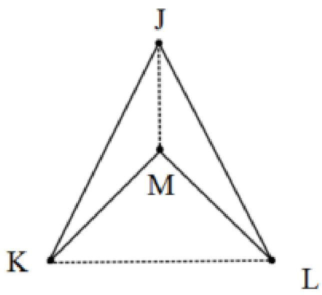
Herhangi üçü doğrusal olmayan A, B, C, D noktalarını birleştiren [AB], [BC], [CD] ve [DA] doğru parçalarının birleşiminden oluşan kapalı şekle dörtgen denir.



Şekildeki A, B, C, D noktalarına dörtgenin köşeleri, [AB], [BD], [DC] ve [AC] doğru parçalarına **dörtgenin kenarları** denir. Birer köşesi ortak olan kenarlara komşu kenarlar, ortak köşesi olmayan kenarlara ise karşı kenarlar denir. [AD] ve [BC] doğru parçalarına **dörtgenin köşegenleri** denir.



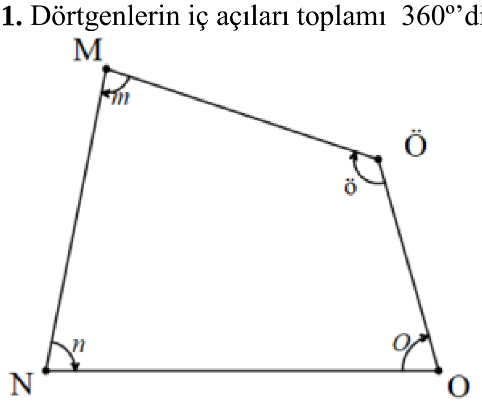
FGHI dışbükey dörtgen



JKLM içbükey dörtgen

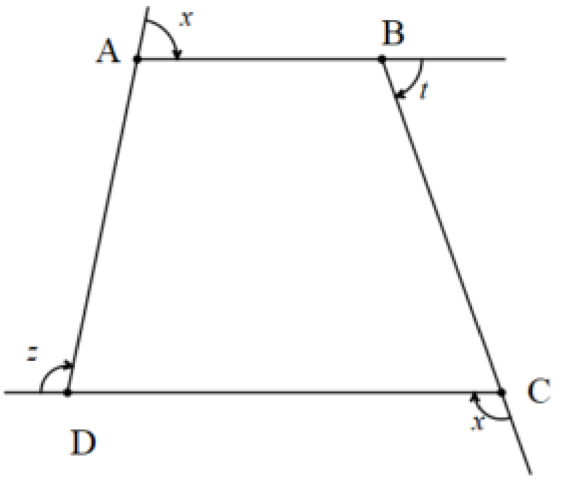
Dörtgende Açı Özellikleri

1. Dörtgenlerin iç açıları toplamı 360º'dir.

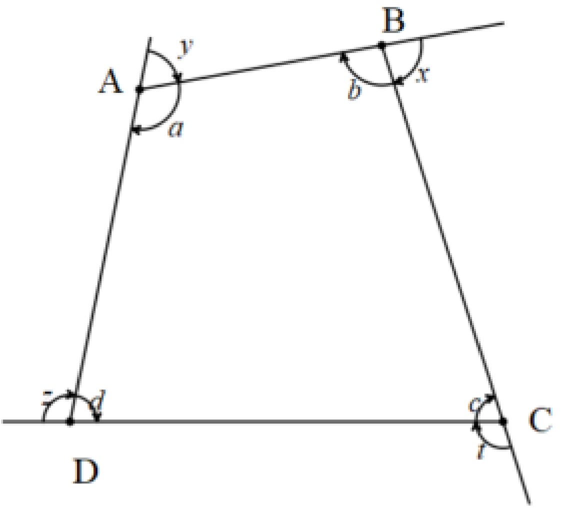


k+m+o+ö=360

2. Dörtgenlerin dış açıları toplamı 360º'dir.

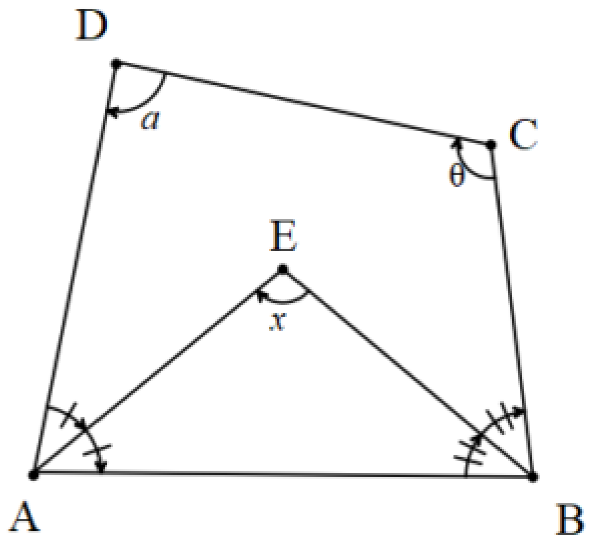


3. a, b, c, d iç açılar ve x, y, z, t dış açılar olmak üzere,



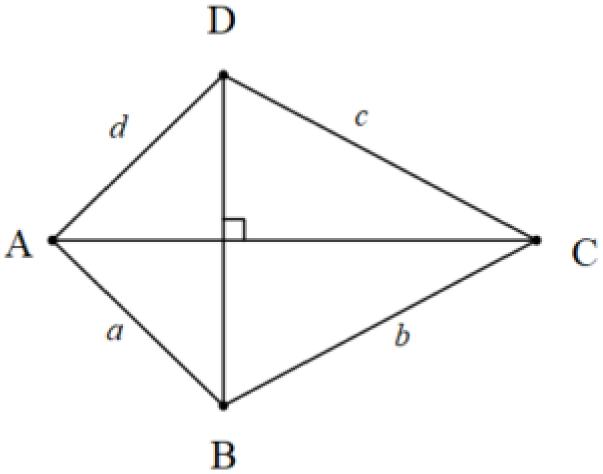
a + c = y + t
b + d = x + z dir.

4. ABCD dörtgeninde [AE] ve [BE]açıortay ise



$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{E})}{2} = \frac{a + \theta}{2}$$

Dörtgenlerde Uzunluk



ABCD dörtgeninde [AC] ve[DB] ise

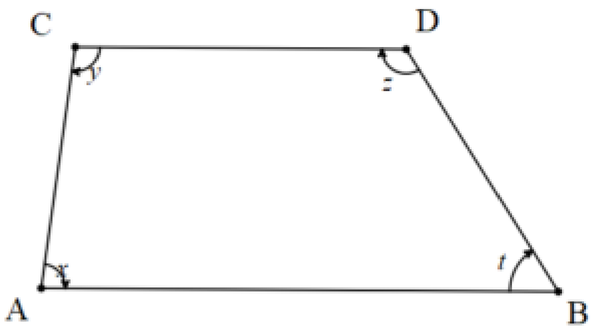
$a^2+c^2=d^2+b^2$

Özel Dörtgenler

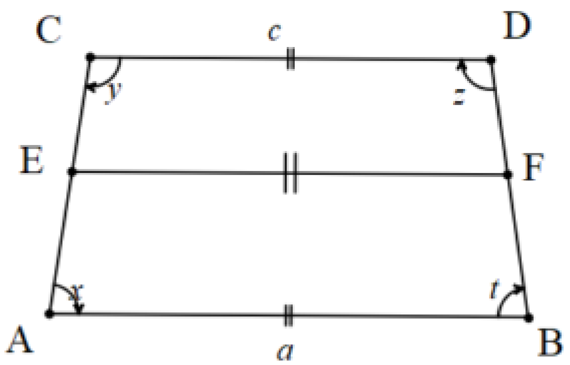
Yamuk ve Özellikleri – Yamuğun Alanı

Karşılıklı iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir.

1. [AB]//[DC] olduğundan ABCD bir yamuktur.



2. Yamukta paralelkenarlar arasında kalan iki açı bütünlerdir.
x+y=180º'dir ve z+t=180º

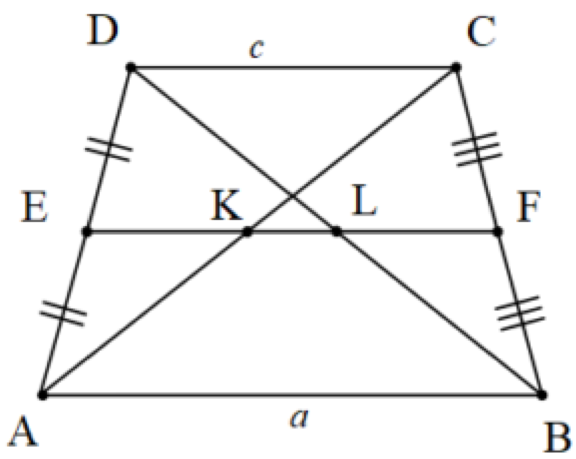


[AB]//[DC]//[EF]

[EF] orta taban

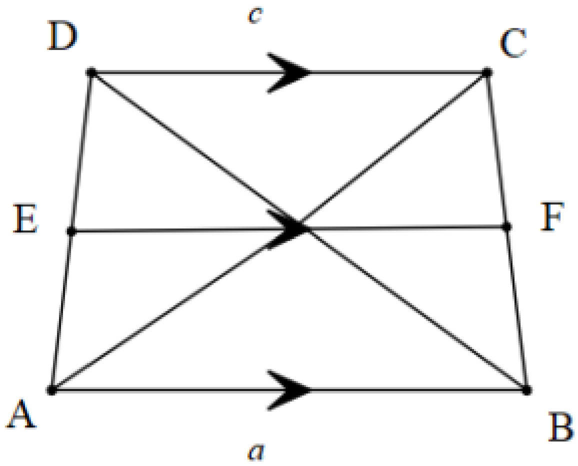
$$|EF| = \frac{a+c}{2}$$

3. [AB]//[DC]//[EF] , [EF] orta taban



$$|KL| = \frac{a-c}{2}$$

4. [AB]//[DC]//[EF]

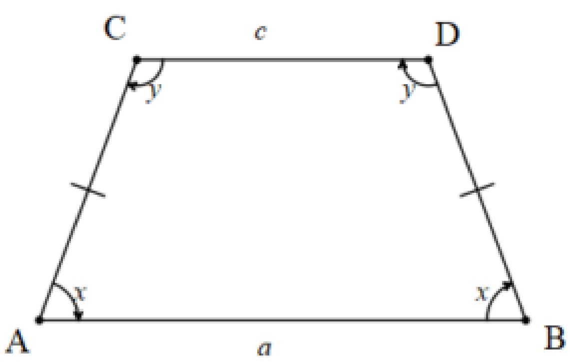


$$|EF| = \frac{2ac}{a+c}$$

İkizkenar Yamuk ve Özellikleri

Yan kenar uzunlukları birbirine eşit olan yamuğa ikizkenar yamuk denir.

ABCD ikizkenar yamuk



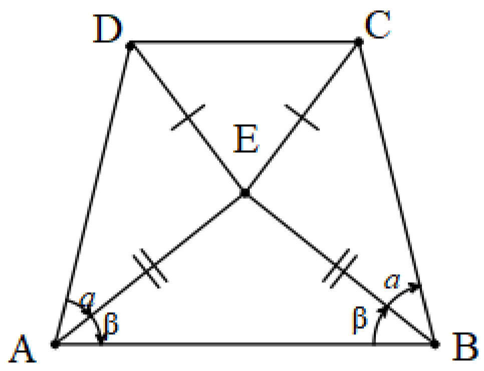
$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = x$

$m(\hat{C}) = m(D) = y$

$x + y = 180°$

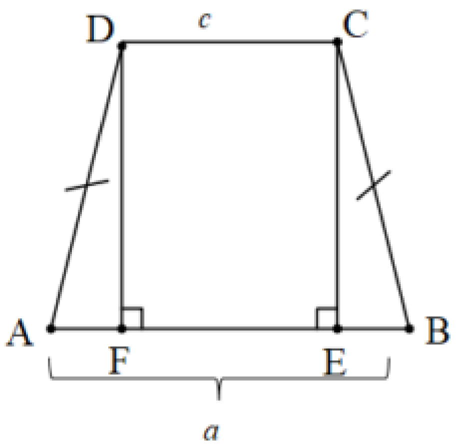
$|AD| = |BC|$

İkizkenar yamuğun köşegen uzunlukları birbirine eşittir.



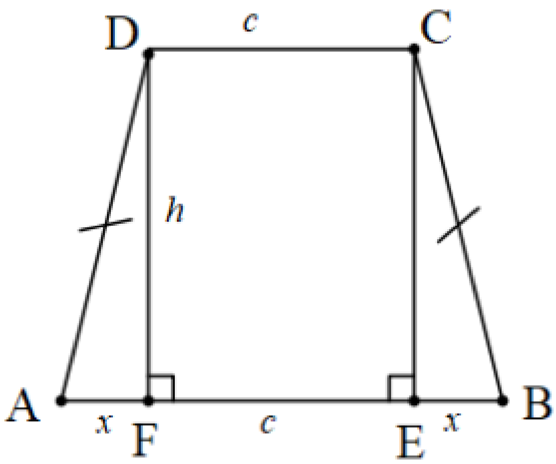
$|AD| = |BC|, \qquad |DE| = |EC|$

$h = \dfrac{a+c}{2}$



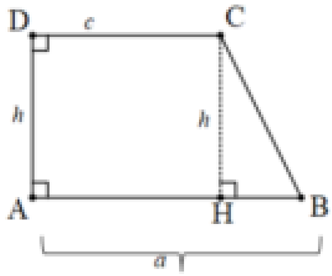
$|AF| = |EB| = \dfrac{a-c}{2}$

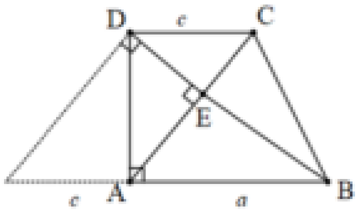
$|AE| = |BF| = \dfrac{a+c}{2}$



A(ABCD)=h.(c+x)

Dik Yamuk ve Özellikleri





ABCD dik yamuk

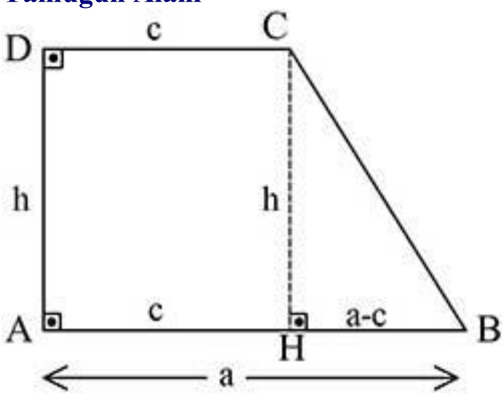
$|AF| = |EB| = \frac{a-c}{2}$

$|AE| = |BF| = \frac{a+c}{2}$

ABCD dik yamuğunda köşegenler dik ise

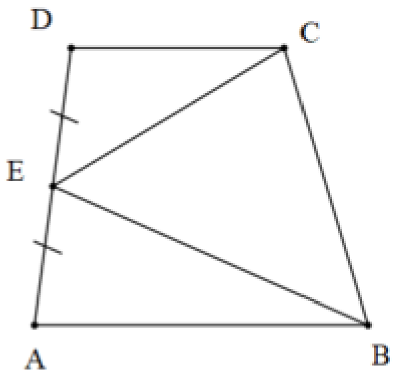
$h^2 = a.c$ **(Öklid teoreminden)**

Yamuğun Alanı



ABCD yamuk

$$A(ABCD) = \left(\frac{a+c}{2}\right).h$$



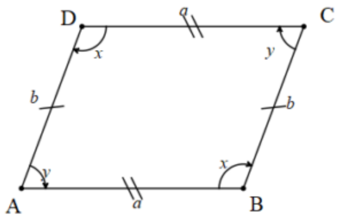
ABCD yamuk

$|AE| = |ED|$

A(BEC)= $= \frac{A(ABCD)}{2}$

Paralelkenar ve Özellikleri – Paralelkenarın Alanı

Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eş olan dörtgenlere **paralelkenar** denir.



[AD]//[BC]

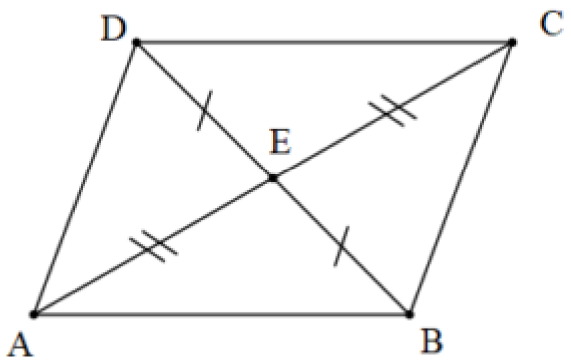
[AB]//[DC]

$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = x$

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = y$

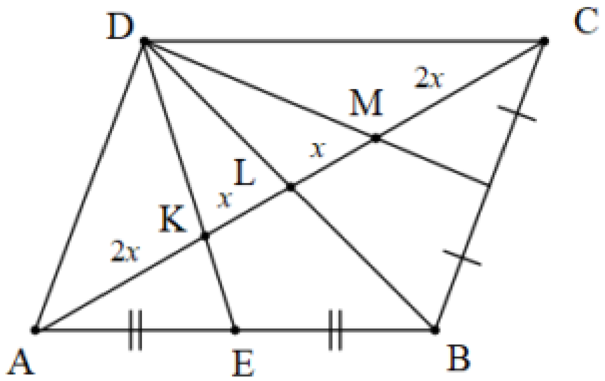
$x + y = 180°$

Paralel kenarda köşegenler birbirini ortalar.



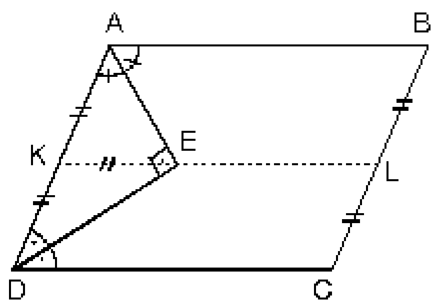
|AE|=|EC|
|DE|=|EB|

ABCD paralelkenarında



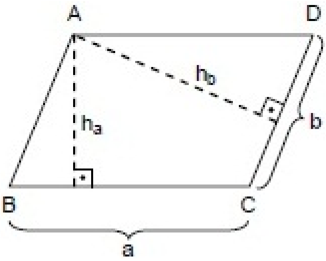
|AE|=|EB|, |DE|=|EB|
[AC] ve [AB] köşegen

|AK|=|MC|=|KM|= 2x
|KL|=|LM|=x
E noktasından [AB] ve [DC] kenarlarına çizilen paralel AED dik üçgeninde hipotenüse ait kenarortayın uzantısıdır.

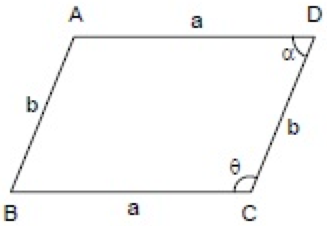


[AB] // [KL] // [DC]
|AK| = |KD| = |KE|
|BL| = |LC|

Paralelkenarın Alanı



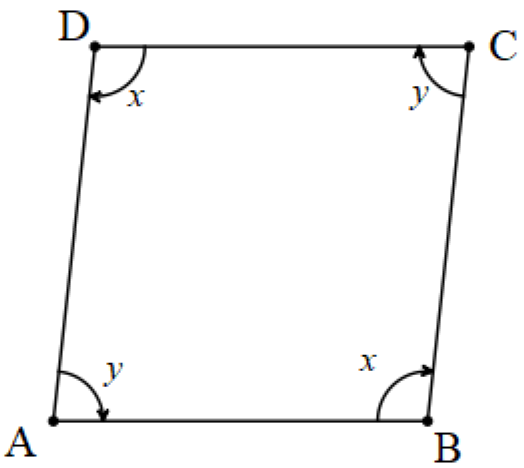
$A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$



$A(ABCD) = a \cdot b \sin\alpha = a \cdot b \cdot \sin\theta$

Eşkenar Dörtgen ve Özellikleri – Eşkenar Dörtgenin Alanı

Kenar uzunlukları birbirine eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir.



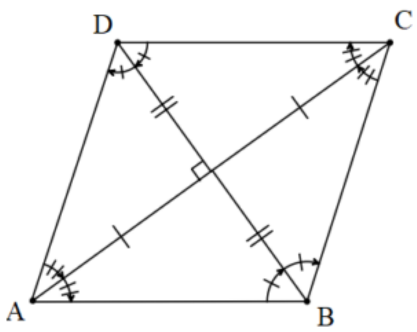
[AD]//[BC]

[AB]//[DC]

$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = x$

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = y$

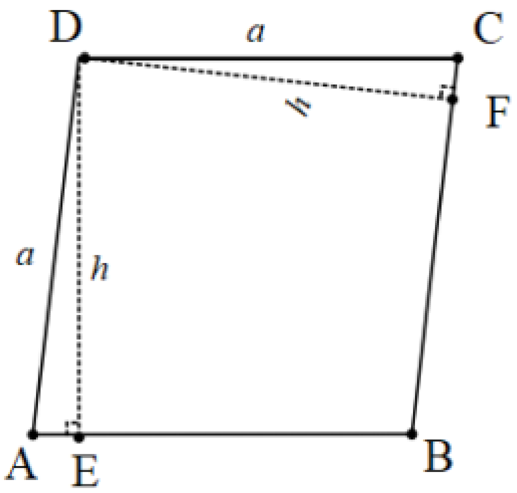
$x + y = 180°$



ABCD bir eşkenar dörtgen

Köşegenleri açıortaydır, köşegenleri birbirini ortalar, köşegenleri dik kesişir. Paralelkenarın bütün özelliklerini taşır.

Eşkenar Dörtgenin Alanı

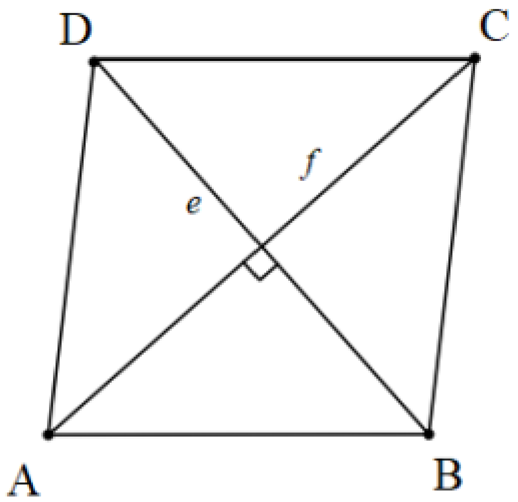


ABCD eşkenar dörtgen

|AD| = |DC|=a br

|DE| = |DF|=h br

Alan(ABCD)= a.h



ABCD bir eşkenar dörtgen

[AC] ve[DB] köşegen

[AC] ⊥ [DB]

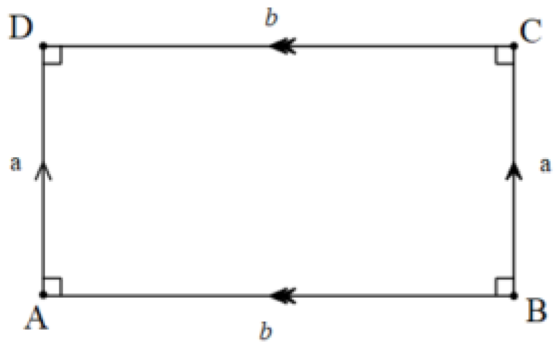
|BD|=e

|AC|=f

$$Alan\ (ABCD) = \frac{e.f}{2}$$

Dikdörtgen ve Özellikleri – Dikdörtgenin Alanı

Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve açıları 90^o olan dörtgenlere **dikdörtgen** denir.



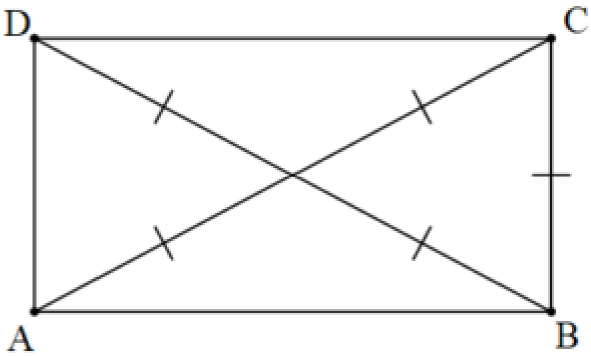
ABCD dikdörtgen

|AB|=|DC|=b br

|AD|=|BC|= a br

Ç(ABCD)= 2(a+b)

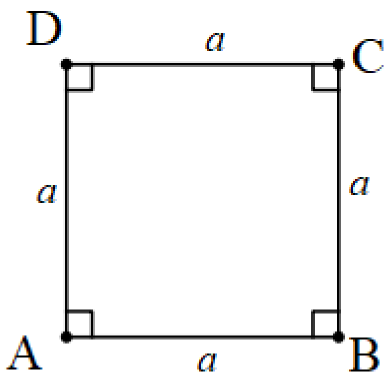
A(ABCD)=a.b



ABCD dikdörtgen [AC] ve[BD] köşegen

Köşegenler birbirini ortalar.
Köşegen uzunlukları eşittir.
|AC|=|BD|

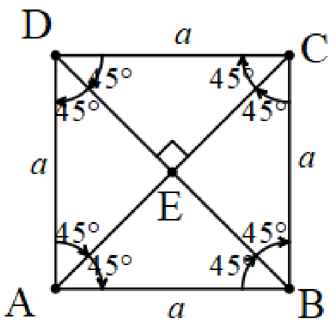
Kare ve Özellikleri – Karenin Alanı
Dört kenarı ve iç açılarının her biri 90º olan dörtgene **kare** denir.
ABCD kare



|AB|=|BC|=|AD|=|DC|=a birim

$$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = 90^\circ$$

Ç(ABCD)=4a



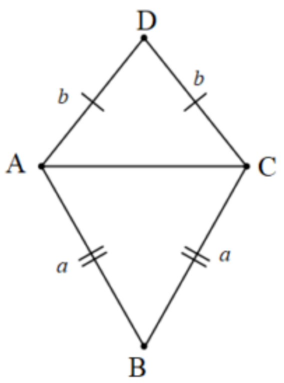
ABCD kare

[AC] ve [BD] köşegen

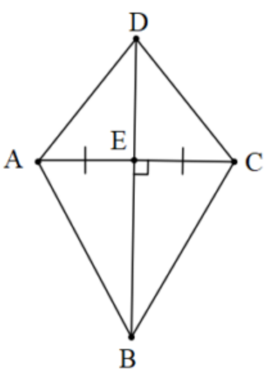
Köşegenler birbirini dik ortalar.
Köşegenler birbirine eşittir.
Köşegenler açıortaydır.

Deltoid ve Özellikleri

İki kizkenar üçgenin tabanlarının birleşmesiyle oluşan dörtgene **deltoid** denir.
ABCD deltoid



ADC ve ABC ikizkenar üçgen
|AD|=|DC|=a
|AB|=|DC|=b
Ç(ABCD)=2(a+b)



ABCD deltoid

[AC] ve [BD] köşegen

[AC] ⊥ [BD]

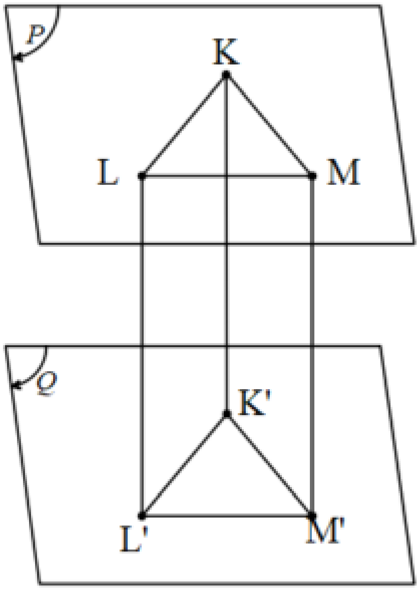
|AE|=|CE|

$$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB})$$

6. ÜNİTE : UZAY GEOMETRİ

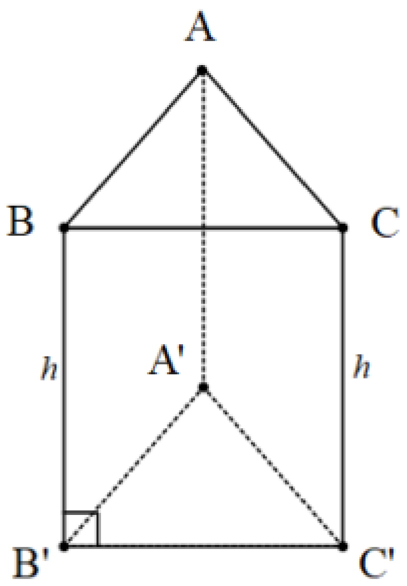
Katı Cisimler

Prizma



Birbirine paralel P ve Q düzlemleri içerisinde alınan iki eş çokgensel bölgenin tüm noktalarının karşılıklı olarak birleştirilmesiyle elde edilen içi dolu cisme **prizma** denir.
[K'L'], [K'M'], [L'M'] taban ayrıtlarıdır.
[KK'], [LL'], [MM'] ise prizmanın yanal ayrıtlarıdır.
K'L'M' üçgeni prizmanın **alt tabanı**, KLM üçgeni prizmanın **üst tabanı**, KLL'K', KMM'K', LMM'L' dörtgensel bölgeleri de prizmanın **yanal alanı**dır. Eğer bir prizmada yanal ayrıtlar taban düzlemine dik iniyorsa bu prizmaya **dik prizma** denir. Dik olmayan prizmalara ise **eğik prizma** denir. Alt ve üst taban düzlemleri arasındaki uzaklığa **prizmanın yüksekliği** denir.
Prizmalar, tabanına göre isim alır. Tabanı kare ise **kare prizma**, tabanı üçgen ise **üçgen prizma**, tabanı daire ise **silindir** denir.

Dik Prizmalar



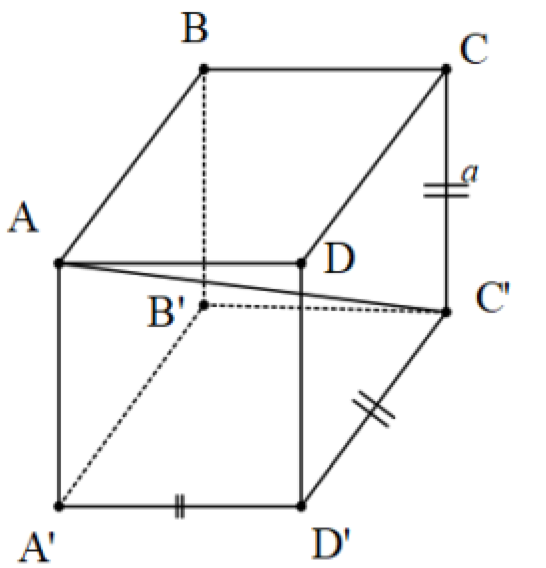
Yukarıdaki şekilde [AA'], [BB'] ve [CC'] yanal ayrıtları alt ve üst tabanlara diktir. Bu yüzden bu prizma bir üçgen dik prizmadır. Alt ve üst tabanlar özdeş olduğu için alanları eşittir. Yanal yüzler dikdörtgendir.

Y.A. = Taban çevresi x Cisim Yüksekliği
Y.A = Ç(A'B'C') x h
Prizmanın alanı ise tüm yüzeylerinin alanları toplamıdır.

Prizmanın alanı= taban alanı+yanal alanı
= 2A(ABC)+Ç(A’B’C’). h
Dik Prizmanın hacmi ise Taban Alanı x Yükseklik bağıntısı ile bulunur.
V = Taban Alanı x Yükseklik
V=S.h

Küp

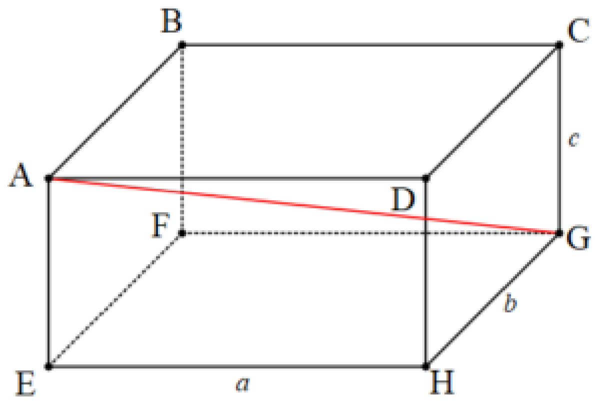
Tüm ayrıtları eşit uzunlukta olan dikdörtgen prizmalara **küp** denir.



*6 tane yüzey vardır ve yüzeylerin tamamı karedir.
*Her biri eşit uzunlukta 12 tane ayrıtı vardır.
*Küp içerisinde birbirine en uzak iki köşe arasındaki doğru parçasına cisim köşegeni denir.
*Yukarıda çizilen küpün cisim köşegenleri [AC’], [BD’], [CA’] ve [DB’] dür. Cisim köşegenleri eşit uzunluktadır.
Bir ayrıtı a cm olan yukarıdaki küpte,
** Cisim köşegeni uzunluğu |AC’| = a√3 cm
** Küpün alanı A = 6a2
** Küpün hacmi v = a3‘tür.

Dikdörtgenler Prizması

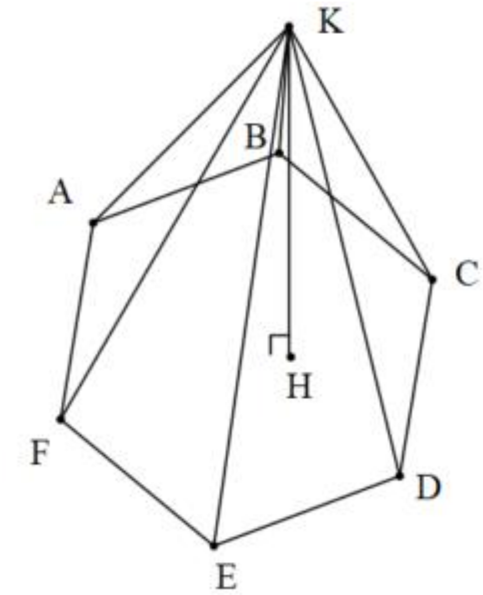
Ayrıt uzunlukları a,b ve c cm olan şekildeki dikdörtgenler prizmasının tüm yüzeyleri dikdörtgendir.



Cisim köşegeni uzunluğu |AG| = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Alan=2.(a.b+a.c+b.c)
Hacmi=V=a.b.c'dir.

Piramit

Bir düzlem üzerinde bulunan çokgensel bölgenin tüm noktalarının, bu düzlemin dışında bulunan bir noktayla birleştirilmesi sonucu oluşan cisme piramit denir.



Buradaki (K, ABCDEF) bir **altıgen piramit**tir. K noktası piramitin **tepe noktası** olup K noktasının taban düzlemine uzaklığı olan [KH]'na **piramidin yüksekliği** denir. [KA], [KB], [KC], [KD], [KE] ve [KF] **piramitin yanal ayrıtları**dır.

Piramitin alanı=taban alanı + yanal alanı

$$Piramitin\ Hacmi = \frac{1}{3} Taban\ Alanı\ x\ Yükseklik$$